المجـــال: التطورات الرتيبة

الوحدة الثانية: دراســـــة الظـــواهر الكهربـــائية

الموضوع: الـــــدارة RC | المدة: 5سا

1. المكثفة:

1-1. تعريف المكثفة:

هي عنصر كهربائي قادر على تخزين شحنة كهربائية. تتكون من ناقلين كهربائيين، يدعى كل منهما لبوس المكثفة، يفصل بينهما مادة عازلة (هواء، شمع...).

وهي نوعان:

- مكثفة مستقطبة.
- مكثفة غير مستقطبة.

2-1. شحنة المكثفة:

الكمية الكهربائية التي يحملها أحد لبوسيها.

لتكن q_A شحنة اللبوس A ($q_A>0$) و($q_B<0$) في هذه الحالة:

$$q_A = -q_B$$

$$q = q_A = |q_B|$$

3-1. العلاقة بين الشحنة وشدة التيار:

شدة التيار الكهربائي هي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثفة في وحدة الزمن.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

4-1. العلاقة بين الشحنة والتوتر:

تتناسب شحنة المكثفة (q) مع التوتر u_{AB} بين لبوسيها.

يسمى C بسعة المكثفة وحدته الفاراد (F).

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

$1\mu F = 10^{-6} F$

$1mF = 10^{-9} F$

$1pF = 10^{-12} F$

5-1. العلاقة بين i(t) وu_c(t):

لدينا:

$$q(t) = C.u_c(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

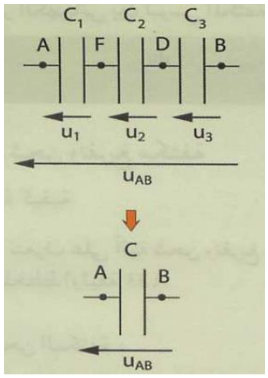
ومنه:

$$i(t) = \frac{d(C.u_c(t))}{dt} = C.\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$i(t) = C.\frac{du_c}{dt}$$

6-1. تجميع المكثفات:

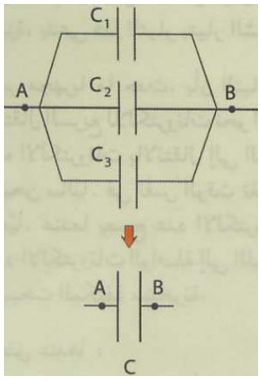
- **على التسلسل:**



$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

- سعة المكثفة المكافئة تكون أصغر المكثفات.

- **على التفرع:**

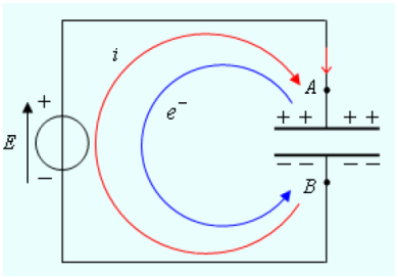


$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

- سعة المكثفة المكافئة تكون أكبر المكثفات.

7-1. التفسير المجهري لشحن وتفريغ المكثفة:

- **عملية الشحن:**

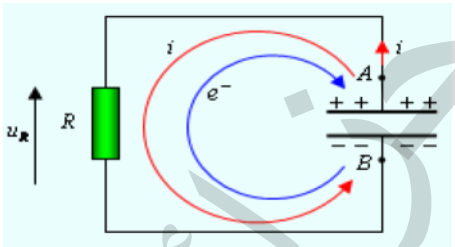


تغادر الإلكترونات اللبوس A باتجاه اللبوس B.

تنتهي عملية الشحن عندما يتساوى عدد الإلكترونات المغادرة من A بعدد الالكترونات المتراكمة في B. (يكون التوتر بين طرفي المكثفة مساوي للتوتر بين طرفي المولد)

$$i=\frac{dq}{dt}>0$$

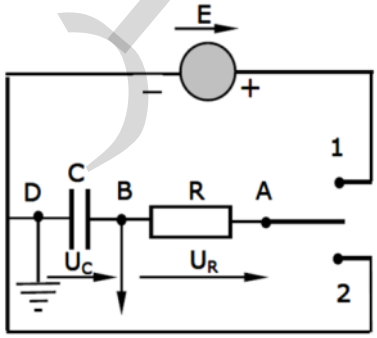
- **عملية التفريغ:**



تغادر الالكترونات اللبوس B باتجاه اللبوس A.

يتناقص التيار مع مرور الزمن إلى أن تتفرغ المكثفة.

$$i=\frac{dq}{dt}<0$$



2. تطور التوتر بين طرفي المكثفة:

2-1. الدراسة التجريبية:

نحقق الدارة كما في الشكل:

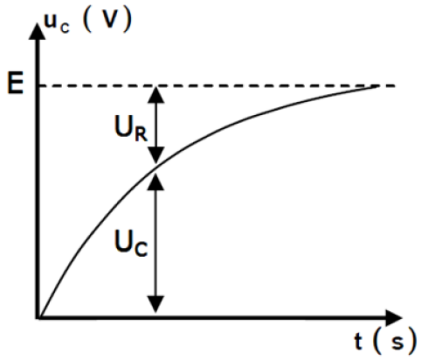
- مولد توتر ثابت E=4,5 V.
- مكثفة سعتها C=2200µF.
- ناقل أومي.

نستخدم في هذه الدراسة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة أو EXAO.

http://www.physique48dz.weebly.com/

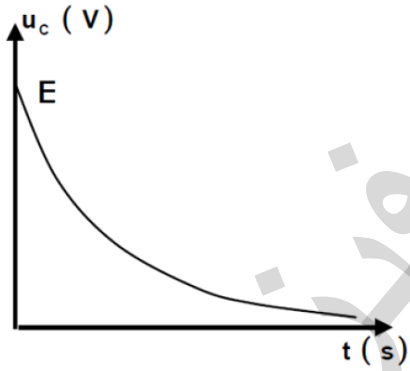
- نضع البادلة في الوضع 1، نحصل على البيان التالي:

شحن مكثفة



- نضع البادلة في الوضع 2، نحصل على البيان التالي:

تفريغ مكثفة

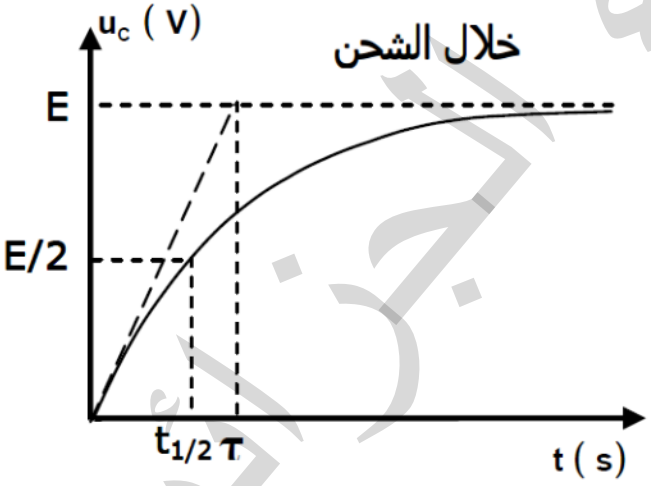


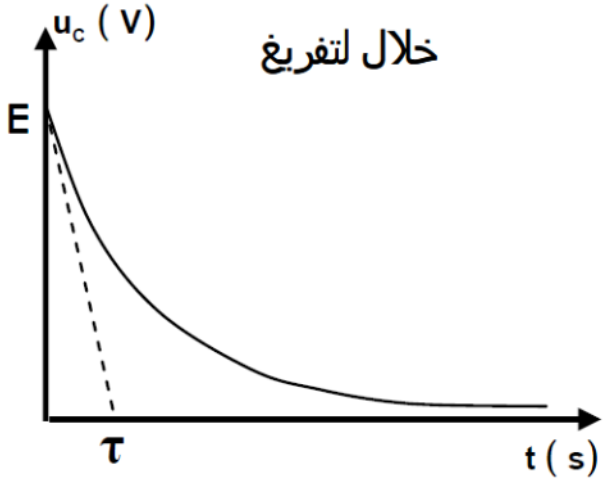
- **ثابت الزمن τ:**

هو الزمن اللازم لشحن المكثفة بـ 63% من شحنتها الأعظمية.

هو الزمن اللازم لتنقص شحنة المكثفة إلى قيمة تساوي 37% من شحنتها الأعظمية.

$$\tau = RC$$





- **التحقق من بعد τ عن طريق التحليل البعدي:**

$$[u]=[R].[I] \Rightarrow [R]=\frac{[u]}{[I]} .....(1)$$

$$[q]=[C].[u] \Rightarrow [C]=\frac{[q]}{[u]} .....(2)$$

موقع فيزياء الجزائر

بضرب (1) في (2) نجد:

$$[R].[C]=\frac{[\mathscr{U}]}{[I]}.\frac{[q]}{[\mathscr{U}]}=\frac{[q]}{[I]}.....(3)$$

ولدينا:

$$[I]=\frac{[\Delta q]}{[\Delta t]}\Rightarrow[\Delta q]=[I].[\Delta t]$$

$$[q]=[I].[T]$$

بتعويض [q] في (3) نجد:

$$[R].[C]=\frac{[\mathscr{U}].[T]}{[\mathscr{U}]}=[T]$$

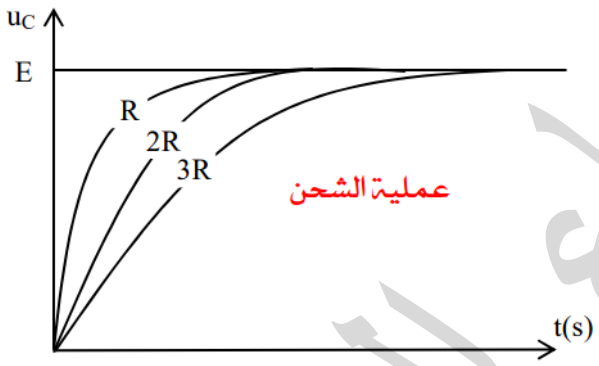
ومنه:

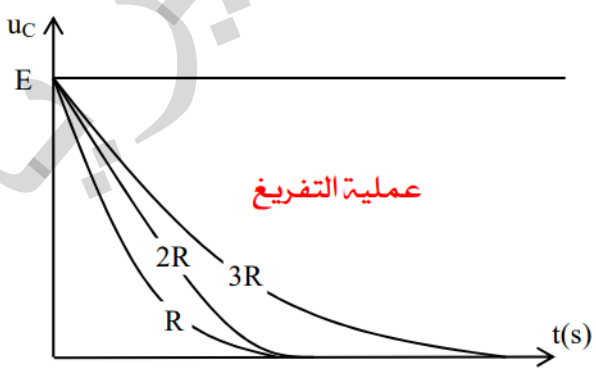
$$[R].[C]=[T]$$

ومنه وحدة المقدار RC من نفس وحدة الزمن.

- **تأثير المقاومة وسعة المكثفة على ثابت الزمن:**

يزداد ثابت الزمن بزيادة قيمة المقاومة أو سعة المكثفة.

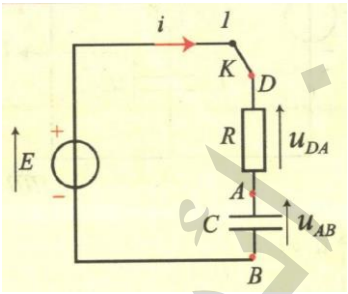




2-2. الدراسة النظرية:

- **خلال شحن المكثفة:**

- **المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة u_c:**



$$u_{DB}=u_{DA}+u_{AB}$$

بتطبيق قانون جمع التوترات على الدارة الكهربائية، نكتب:

أي: $E=u_R+u_C\cdots(1)$

بحيث: $u_R=R.i\cdots(2)$

$E=R.i+u_C\cdots(3)$

منه بتعويض العلاقة (2) في (1) نجد:

ونعلم أيضا:

$$\begin{cases} i=\dfrac{dq}{dt} \\ q=C.u_C \end{cases}\Rightarrow i=C\frac{du_C}{dt}\cdots(4)$$

بتعويض العلاقة (4) في (3) نجد:

$$E=R.C\frac{du_C}{dt}+u_C\cdots(5)$$

http://www.physique48dz.weebly.com/

بقسمة طرفي المعادلة (5) على RC، نجد:

$$\frac{E}{RC}=\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى، تقبل حلا من الشكل:

$$\boxed{u_C=E(1-e^{-\frac{t}{RC}})}$$

- **مناقشة عبارة التوتر uc بين طرفي المكثفة:**
  - من أجل t= 0s، فإن: u_c=0V
  - من أجل t= τ، فإن: u_c=0,63.E
  - من أجل t= 5τ، فإن: u_c=0,99.E
  - من أجل t= ∞، فإن: u_c≈E
  - **المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة q:**

بتطبيق قانون جمع التوترات على الدارة الكهربائية، نكتب: $u_{DB}=u_{DA}+u_{AB}$

أي:

$$E=u_R+u_C\cdots(1)$$

بحيث:

$$u_R=R.i\cdots(2)$$

منه بتعويض العلاقة (2) في (1) نجد:

$$E=R.i+u_C\cdots(3)$$

ونعلم أيضا:

$$i=\frac{dq}{dt}\cdots(4)$$

بتعويض العلاقة (4) في (3) نجد:

$$E=R\frac{dq}{dt}+u_C\cdots(5)$$

بضرب طرفي المعادلة (5) في C، نجد:

$$EC=RC\frac{dq}{dt}+Cu_C\cdots(6)$$

بقسمة طرفي المعادلة (6) على RC نجد:

$$\frac{E}{R}=\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى، تقبل حلا من الشكل:

$$\boxed{q=q_0(1-e^{-\frac{t}{RC}})}$$

- **عبارة شدة التيار:**

لدينا:

$$i=C\frac{du_C}{dt}$$

ونعلم أيضا:

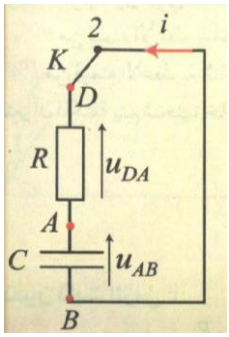
$$u_C=E(1-e^{-\frac{t}{RC}})$$

باشتقاق العبارة u_c: نجد:

$$i=C.\frac{E}{RC}.e^{-\frac{\tau}{RC}}\Rightarrow i=\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{i=I_0.e^{-\frac{t}{RC}}}$$

http://www.physique48dz.weebly.com/



- **خلال تفريغ المكثفة:** نضع البادلة في الوضع -2- فتتفرغ المكثفة.

- **المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة u_c:**

بتطبيق قانون جمع التوترات على الدارة الكهربائية المقابلة نكتب:

$$u_{DB} = u_{DA} + u_{AB} = 0$$
$$R.i + u_c = 0$$

حيث: $$i = C.\frac{du_c}{dt}$$

منه: $$R.C.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

بقسمة طرفي المعادلة على RC نجد: $$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0$$

هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بالنسبة لـ u_c تقبل حلا من الشكل: $\boxed{u_c = E.e^{-\frac{t}{RC}}}$

- مناقشة عبارة التوتر u_c:
  - من أجل t= 0s فإن: $u_c = E$.
  - من أجل t=τ فإن: $u_c = 0{,}37.E$
  - من أجل t= 5τ فإن: $u_c = 0{,}0067.E$
  - من أجل t=∞ فإن: $u_c = 0$

- **تطور شدة التيار الكهربائي خلال عملية التفريغ:**

لدينا:
$$i = C.\frac{du_c}{dt}$$

وحيث أن: $$\frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{RC}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

ومنه:
$$i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

إذن: $$\boxed{i = -I_0.e^{-\frac{t}{RC}}}$$

3. الطاقة المخزنة في المكثفة:

تعطى عبارة الطاقة المخزنة في مكثفة سعتها C والتوتر الكهربائي بين طرفيها u_c بالعلاقة التالية:

$$\boxed{E_{(c)} = \frac{1}{2}C.u_c^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$$

حيث:

$E_{(c)}$: الطاقة المخزنة في المكثفة مقدرة بالجول (J).

C: سعة المكثفة مقدرة بالفاراد (F).

u_c: التوتر بين طرفي المكثفة مقدرة بالفولط (V).

q: شحنة المكثفة مقدرة بالكولوم (C).

موقع فيزياء الجزائر

- زمن تناقص طاقة المكثفة إلى النصف:

$$\left.\begin{matrix} u_c = E \\ E_{0(c)} = \frac{1}{2}.C.E^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow E_{(c)} = \frac{E_{0(c)}}{2} = \frac{1}{2}.C.\left(E.e^{-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\tau}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_{0(c)}}{2} = E_{0(c)}.e^{-\frac{2t_{\frac{1}{2}}}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2}.\ln 2}$$

موقع فيزياء الجزائر