المجــال: التطورات الرتيبة

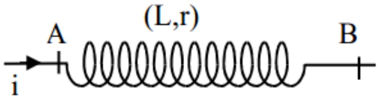
الوحدة الثالثة: دراســـــة الظــواهر الكهربـــائية

الموضوع: الـــدارة RL	المدة:

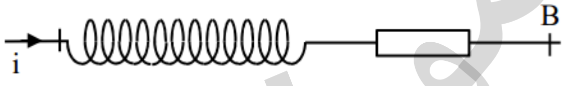
1. الوشيعة:

1-1. تعريف الوشيعة:

هي ثنائي قطب يتكون من سلك طويل من النحاس ملفوف حول أسطوانة عازلة. تتميز بذاتية (L) تقدر بالهنري (H) ومقاومة داخلية (r) تقدر بالأوم (Ω).



أو



1-2. عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

تعطى عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة بالعلاقة: $u_b = L.\frac{di}{dt} + ri$

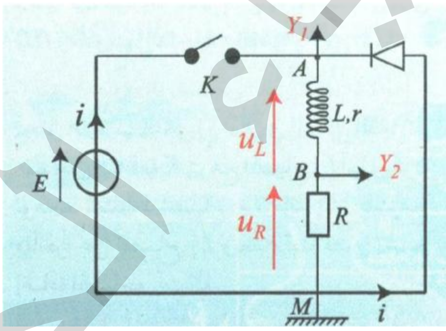
ملاحظة:

- حالة تيار ثابت الشدة تتصرف الوشيعة كناقل أومي: $u_L = ri$
- حالة وشيعة صافية (r=0): $u_L = L.\frac{di}{dt}$

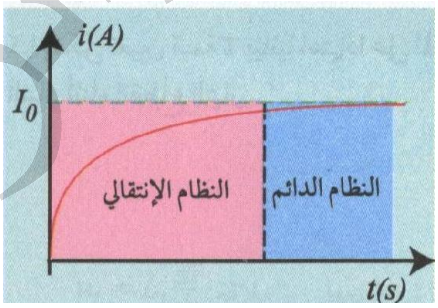
- تمانع الوشيعة لوقت قصير ظهور التيار في الدارة (نظام انتقالي).
- تتصرف الوشيعة كناقل أومي عندما يجتازها تيار ثابت الشدة (نظام دائم).

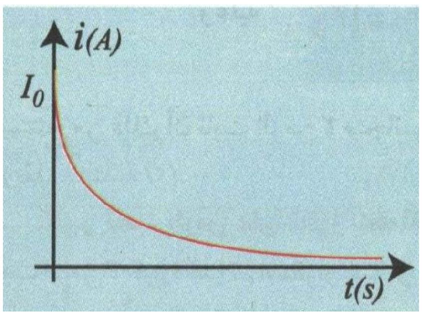
2. الدراسة التجريبية:

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل التالي:



- عند غلق القاطعة k، نلاحظ أن شدة التيار تزداد حتى تبلغ قيمة حدية توافق إلى قيمة الشدة في النظام الدائم (استقرار التيار في الوشيعة ليس لحظيا).
- عند فتح القاطعة k، نلاحظ أن شدة التيار تتناقص قبل انعدامها. (انقطاع التيار في الوشيعة ليس لحظيا)

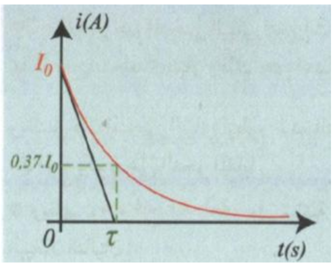


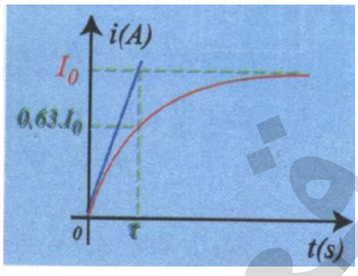


- <u>تعيين ثابت الزمنτ:</u>

- <u>حالة نشأة التيار:</u> بعد غلق القاطعة وبعد انقضاء المدة الزمنية $t=\tau$، تبلغ شدة التيار i في الدارة %63 من قيمتها العظمى I_0 الموافقة للنظام الدائم أي $i=0,63.I_0$
- <u>حالة انقطاع التيار:</u> بعد فتح القاطعة وبعد انقضاء المدة الزمنية $t=\tau$، تبلغ شدة التيار i في الدارة %37 من قيمتها العظمى I_0 الموافقة للنظام الدائم أي $i=0,37.I_0$

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R_{totale}}}$$





- <u>التحقق من بعد τ عن طريق التحليل البعدي:</u>

لدينا: $$u_L = L.\frac{di}{dt} \Rightarrow L = u_L.\frac{dt}{di}$$

إذن: $$[L] = [U].[T].[I]^{-1}$$

وحسب قانون أوم بين طرفي ناقل أومي: $$u = R.i \Rightarrow R = \frac{u}{i}$$

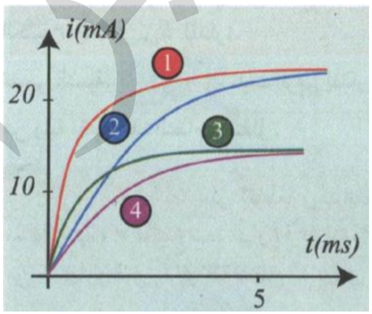
إذن: $$[R] = [U].[I]^{-1}$$

ونعلم أن: $$\tau = \frac{L}{R_{totale}}$$

ومنه: $$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U].[T].[I]^{-1}}{[U].[I]^{-1}} = [T]$$

نستنتج من ذلك أن ثابت الزمن τ متجانس مع الزمن ويقدر بالثانية (s).

- تأثير ثابت الزمن على تطور الجملة: كلما كانت قيمة ثابت الزمن τ كبيرة كلما تم استقرار التيار في الدارة ببطء أكثر.



1: $R_t=500\Omega$;$L=500mH$
2: $R_t=500\Omega$;$L=1,00\ H$
3: $R_t=1,00k\Omega$;$L=500\ mH$
4: $R_t=1,00k\Omega$;$L=1,40\ H$

3. الدراسة النظرية:

3-1. حالة القاطعة مغلقة:

- **المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار i(t):**

حسب قانون جمع التوترات لدينا: $u_{BM}+u_{AB}=E \;....(1)$

بحيث:
$$\left.\begin{aligned} u_{BM}&=u_R=R.i \\ u_{AB}&=u_L=L.\frac{di}{dt}+r.i \end{aligned}\right\}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد:
$$L.\frac{di}{dt}+r.i+R.i=E \;\Rightarrow\; \boxed{L.\frac{di}{dt}+(r+R).i=E}$$

بقسمة طرفي المعادلة على (R+r) نجد:
$$\frac{L}{r+R}.\frac{di}{dt}+i=\frac{E}{r+R}$$

بحيث:
$$\left.\begin{aligned} I_0&=\frac{E}{r+R} \\ \tau&=\frac{L}{r+R} \end{aligned}\right\}$$

منه تصبح المعادلة:
$$\tau.\frac{di}{dt}+i=I_0 \;......(2)$$

بقسمة المعادلة (2) على τ نجد:
$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{I_0}{\tau} \;......(*)$$

المعادلة (*) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل:
$$\boxed{i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

حيث:
$$\left.\begin{aligned} I_0&=\frac{E}{r+R} \\ \tau&=\frac{L}{r+R} \end{aligned}\right\}$$

- **مناقشة عبارة الشدة i(t):**

- من أجل t=0 فإن: $i(0)=0$.
- من أجل t=τ فإن: $i(\tau)=0{,}63.I_0$
- من أجل t=5τ فإن: $i(5\tau)=0{,}99.\,I_0$
- من أجل t=∞ فإن: $t(\infty)=I_0$

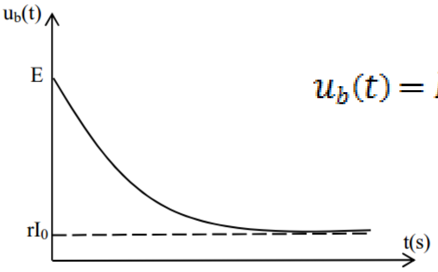
- **التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$:**

$$u_b(t)=L.\frac{di}{dt}+ri \;....(1)$$

ولدينا:
$$i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

باشتقاق عبارة شدة التيار نجد:
$$\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt}=I_0.\frac{R_{tot}}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

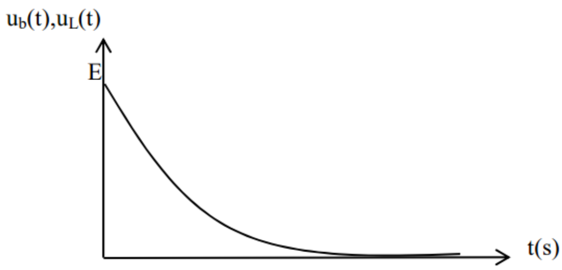
بتعويض عبارة $\frac{di}{dt}$ و i(t) في العلاقة (1) نجد:



$$u_b(t)=L.I_0.\frac{R_{tot}}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+rI_0-rI_0e^{-\frac{t}{\tau}}\Rightarrow u_b(t)=I_0\left(R_{tot}.e^{-\frac{t}{\tau}}+r-re^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

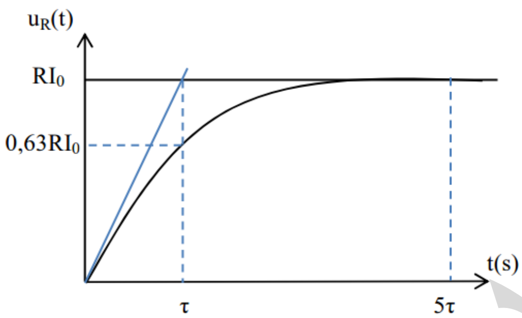
$$\Rightarrow u_b(t)=I_0\left(r+R.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

- حالة وشيعة صافية (r=0):



$$\boxed{u_L(t)=I_0Re^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$:**



$$u_R(t)=R.i(t)\Rightarrow\boxed{u_R(t)=RI_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

3-2. حالة القاطعة مفتوحة:

- **المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار i(t):**

حسب قانون جمع التوترات لدينا: $u_{BM}+u_{AB}=0\ldots.(1)$

بحيث: $\left.\begin{array}{l}u_{BM}=u_R=R.i\\ u_{AB}=u_b=L.\frac{di}{dt}+r.i\end{array}\right\}$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد:

$$L.\frac{di}{dt}+r.i+R.i=0\ \Rightarrow\ \boxed{L.\frac{di}{dt}+(r+R).i=0}$$

بقسمة طرفي المعادلة على (R+r) نجد: $\frac{L}{r+R}\cdot\frac{di}{dt}+i=0$

بحيث: $\tau=\frac{L}{R+r}$

منه تصبح المعادلة: $\tau.\frac{di}{dt}+i=0\ldots\ldots(2)$

بقسمة المعادلة (2) على τ نجد: $\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=0\ldots\ldots(*)$

المعادلة (*) معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا من الشكل: $\boxed{i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$

- **مناقشة عبارة الشدة i(t):**

- من أجل t=0 فإن: $i(0)=I_0$.

- من أجل $t=\tau$ فإن: $i(\tau)=0{,}37.I_0$

- من أجل $t=5\tau$ فإن: $i(5\tau)=0{,}0067.\ I_0$

- من أجل $t=\infty$ فإن: $t(\infty)=0$

- **التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$:**

$$u_b(t)=L.\frac{di}{dt}+ri\ ....(1)$$

ولدينا:

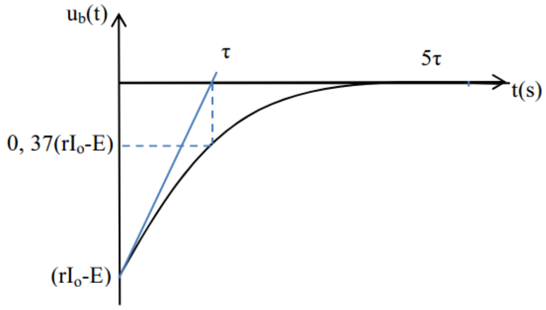
$$i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

باشتقاق عبارة شدة التيار نجد:

$$\frac{di}{dt}=-\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\Rightarrow\frac{di}{dt}=-\frac{E}{R_{tot}}.\frac{R_{tot}}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow\frac{di}{dt}=-\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

بتعويض عبارة $\frac{di}{dt}$ و i(t) في العلاقة (1) نجد:



$$u_b(t)=-L.\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+rI_0e^{-\frac{t}{\tau}}\Rightarrow\boxed{u_b(t)=(rI_0-E)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$:**

$$u_R(t)=R.i(t)\Rightarrow\boxed{u_R(t)=RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

4. الطاقة المخزنة في الوشيعة:

تخزن وشيعة ذاتيتها L يجتازها تيار كهربائي شدته i طاقة مغناطيسية عبارتها تعطى بالعلاقة:

$$\boxed{E_m=\frac{1}{2}Li^2}$$

حيث:

Em بالجول (J)

L بالهنري (H)

i بالأمبير (A)